

Mecklenburg-Vorpommern



Nachname, Vorname des Prüflings:

Musterabitur 2024

Mathematik

Grundkurs

Prüfungsteil A – hilfsmittelfreie Aufgaben

Hinweise für den Prüfling

- Aufgabenbearbeitung:** Tragen Sie zuerst auf dem Deckblatt in das dafür vorgesehene Feld Ihren Nachnamen und Vornamen ein.
- Der Prüfungsteil A beinhaltet
- drei Pflichtaufgaben (Aufgaben 1, 2 und 3),
 - drei Wahlaufgaben aus der Aufgabengruppe 1 (Aufgaben 4, 5, 6),
 - drei Wahlaufgaben aus der Aufgabengruppe 2 (Aufgaben 7, 8, 9).
- Bearbeiten Sie
- die drei Pflichtaufgaben,
 - eine Wahlaufgabe der Aufgabengruppe 1 und
 - eine Wahlaufgabe der Aufgabengruppe 2.
- Fertigen Sie die Lösungen im vorliegenden Aufgabendokument an, zusätzliche Lösungsblätter sind mit Ihrem Namen zu versehen und in dieses Dokument einzulegen.
- Bearbeitungszeit:** Für den Prüfungsteil A beträgt die Bearbeitungszeit einschließlich Auswahlzeit maximal 90 Minuten.
- Hilfsmittel:** Bearbeiten Sie die Aufgaben ohne Zuhilfenahme von Tafelwerk oder Taschenrechner.
- Folgende Hilfsmittel stehen zur Verfügung:
- Zeichengeräte,
 - ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung in gedruckter oder digitaler Form,
 - zweisprachiges Wörterbuch in gedruckter oder digitaler Form für Prüflinge mit nichtdeutscher Herkunftssprache.
- Bewertung:** Je Aufgabe sind 5 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar.
- Die Lösungen sind in einer sprachlich korrekten, mathematisch exakten und äußerlich einwandfreien Form darzustellen. In der Niederschrift müssen die Lösungswege nachvollziehbar sein.

1 Analysis – Pflichtaufgabe	BE
Gegeben ist die in \mathbb{R} definierte Funktion f mit der Gleichung $f(x) = x^3 + 2x^2$.	
1.1 Bestätigen Sie, dass $x_1 = -2$ und $x_2 = 0$ die einzigen Nullstellen von f sind.	2
1.2 Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph von f mit der x -Achse einschließt.	3

2 Analytische Geometrie – Pflichtaufgabe	BE
Gegeben sind die Punkte $A(-2 1 -2)$, $B(1 2 -1)$ und $C(1 1 4)$ sowie für eine reelle Zahl d der Punkt $D(d 1 4)$.	
2.1 Zeigen Sie, dass A, B und C Eckpunkte eines Dreiecks sind, und geben Sie eine Gleichung der Ebene an, in der dieses Dreieck liegt.	3
2.2 Das Dreieck ABD ist im Punkt B rechtwinklig. Ermitteln Sie den Wert von d .	2

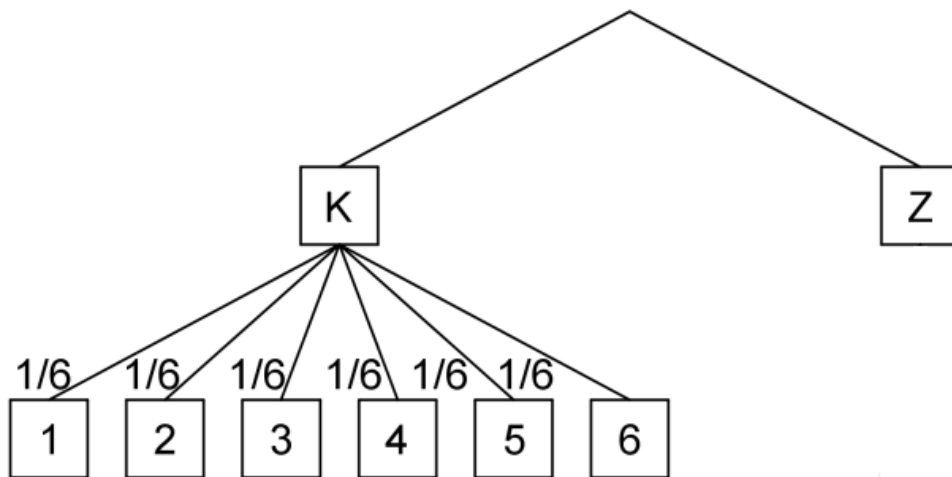
3 Stochastik – Pflichtaufgabe

Für ein zweistufiges Zufallsexperiment werden eine Münze und zwei Würfel verwendet. Beide Würfel sind auf allen sechs Seiten mit jeweils einer Zahl beschriftet, Würfel A mit 1, 2, 3, 4, 5 und 6, Würfel B mit 1, 1, 2, 2, 3 und 3.

Zunächst wird die Münze geworfen. Zeigt die Münze „Kopf“, so wird anschließend Würfel A einmal geworfen, zeigt sie „Zahl“, so wird Würfel B einmal geworfen. Die geworfene Zahl wird notiert.

3.1 Die Abbildung zeigt ein unvollständiges Baumdiagramm für das beschriebene Zufallsexperiment. Vervollständigen Sie die Pfade und die Beschriftung.

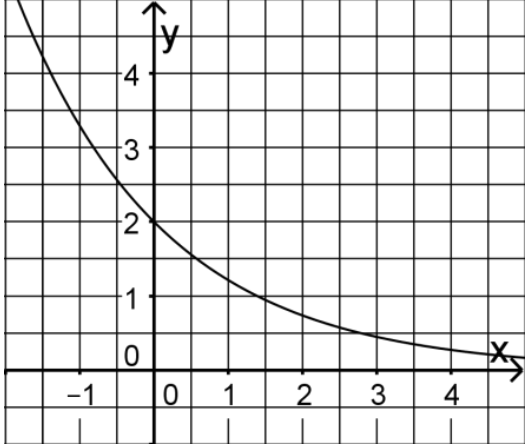
3



3.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die gewürfelte Zahl gerade ist.

2

Hinweis: Von den Wahlaufgaben 4, 5 und 6 ist **eine** zu bearbeiten.

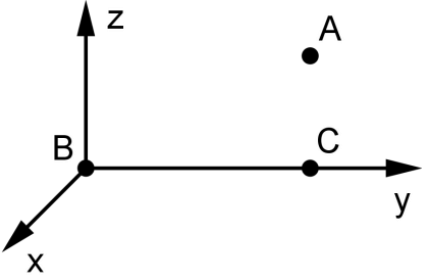
4 Analysis – Wahlaufgabe	BE
<p>Die Abbildung zeigt den Graphen der in \mathbb{R} definierten Funktion f mit $f(x) = 2e^{-\frac{1}{2}x}$.</p> <p>Für die erste Ableitungsfunktion f' von f gilt $f'(x) = -e^{-\frac{1}{2}x}$.</p>	
<p>4.1 Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von f in seinem Schnittpunkt mit der y-Achse.</p>	2
<p>4.2 Zeichnen Sie in die Abbildung ein Flächenstück ein, das vom Graphen von f, der x-Achse, der y-Achse sowie einer zur y-Achse parallelen Geraden eingeschlossen wird und dessen Flächeninhalt etwa 1,5 beträgt. Geben Sie einen Term an, mit dem der Inhalt des von Ihnen eingezeichneten Flächenstücks berechnet werden kann.</p>	3

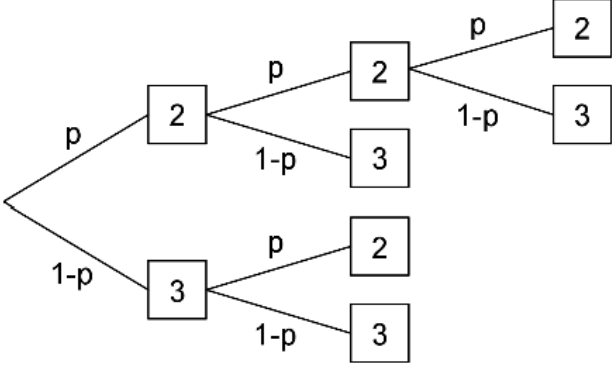
5 Analytische Geometrie – Wahlaufgabe	BE
Gegeben sind die Punkte $A(1 1 -1)$, $B(3 -5 2)$ und C . Für die Ortsvektoren von A und C gilt $\overrightarrow{OC} = 2 \cdot \overrightarrow{OA}$.	
5.1 Bestimmen Sie die Länge der Strecke \overline{AC} .	2
5.2 Begründen Sie, dass es genau eine Ebene gibt, die A , B und C sowie den Koordinatenursprung enthält.	3

6 Stochastik – Wahlaufgabe	BE																
<p>Bei einem Spiel werden ein Würfel und eine Münze jeweils einmal geworfen. Die Seiten des Würfels sind mit den Zahlen von 1 bis 6 durchnummeriert, die Münze zeigt auf der einen Seite eine Zahl, auf der anderen ein Wappen. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse:</p> <p>A: „Mit dem Würfel wird eine gerade Zahl erzielt, mit der Münze das Wappen.“</p> <p>B: „Mit dem Würfel wird eine Zahl erzielt, die größer als 4 ist.“</p>																	
<p>6.1 Geben Sie das Ergebnis an, das zum Ereignis $A \cap B$ gehört.</p>	1																
<p>6.2 Dieser Sachverhalt kann in einer Vierfeldertafel dargestellt werden. Erklären Sie den Eintrag $\frac{2}{3}$ in dieser Vierfeldertafel. Begründen Sie, dass $P(A \cap B) = \frac{1}{12}$ gilt, und ergänzen Sie die fehlenden Werte in der abgebildeten Vierfeldertafel.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">A</td> <td style="text-align: center;">\bar{A}</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">B</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">\bar{B}</td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">$\frac{2}{3}$</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">$\frac{1}{4}$</td> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> </tbody> </table>		A	\bar{A}		B				\bar{B}			$\frac{2}{3}$		$\frac{1}{4}$		1	4
	A	\bar{A}															
B																	
\bar{B}			$\frac{2}{3}$														
	$\frac{1}{4}$		1														

Hinweis: Von den Wahlaufgaben 7, 8 und 9 ist **eine** zu bearbeiten.

7 Analysis – Wahlaufgabe	BE
<p>Gegeben ist die in \mathbb{R} definierte Funktion f mit $f(x) = x^2$.</p> <p>Bestimmen Sie diejenige reelle Zahl m mit $m < 0$, für die der Graph von f und die Gerade mit der Gleichung $y = m \cdot x$ eine Fläche mit dem Inhalt 36 einschließen.</p>	5

8 Analytische Geometrie – Wahlaufgabe	BE
<p>In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(0 4 2)$, $B(0 0 0)$ und $C(0 4 0)$ gegeben (vgl. Abbildung). Eine Gerade g verläuft durch A und hat den Richtungsvektor $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.</p>	
<p>8.1 Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punkts, der auf g liegt und von A den Abstand 6 hat.</p>	2
<p>8.2 Ermitteln Sie die Koordinaten zweier Punkte, die von A, B und C den gleichen Abstand haben.</p>	3

9 Stochastik – Wahlaufgabe	BE
<p>Ein Glücksrad besteht aus zwei Sektoren, die mit den Zahlen 2 bzw. 3 beschriftet sind. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einmaligem Drehen die Zahl 2 erzielt wird, beträgt p. Bei einem Spiel dreht eine Person das Glücksrad genau so oft, bis die Summe der erzielten Zahlen 5, 6 oder 7 beträgt. Bei der Summe 6 gewinnt die Person das Spiel, sonst verliert sie. Die Abbildung zeigt für den Sachverhalt das Baumdiagramm.</p> 	
<p>9.1 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von p dafür, dass die Person das Spiel beim dritten Drehen verliert.</p>	2
<p>9.2 Es gibt einen Wert von p, für den die folgenden Ereignisse stochastisch unabhängig sind.</p> <p>E: „Beim ersten Drehen des Glücksrads wird die Zahl 2 erzielt.“</p> <p>G: „Die Person gewinnt das Spiel.“</p> <p>Zeigen Sie, dass für diesen Wert von p die folgende Gleichung zu einer wahren Aussage führt: $p^2 = p^3 + (1-p)^2$</p>	3