

Mecklenburg-Vorpommern



Nachname, Vorname des Prüflings:

Zentralabitur 2024

Mathematik (CAS)

Leistungskurs

**Hinweise für die Lehrkraft
zur Durchführung, Korrektur und Bewertung
(nicht für die Hand des Prüflings)**

Hinweise für die Lehrkraft

- Aufgabenbearbeitung:** Die Prüfungsarbeit besteht aus den Teilen A und B.
- Der Prüfling erhält zunächst die Aufgaben für den Teil A mit den hilfsmittelfreien Aufgaben. Dieser beinhaltet
- 4 Pflichtaufgaben aus der Aufgabengruppe 1 (Aufgaben 1 bis 4),
 - 6 Wahlaufgaben aus der Aufgabengruppe 2 (Aufgaben 5 bis 10).
- Der Prüfling bearbeitet die vier Pflichtaufgaben und zwei Wahlaufgaben.
- Nach Abgabe der Aufgaben des Teils A erhält der Prüfling die Aufgaben des Teils B sowie die dafür vorgesehenen Hilfsmittel. Der Prüfungsteil B beinhaltet
- zwei Pflichtaufgaben (Aufgaben 1 und 2),
 - zwei Wahlaufgaben (Aufgaben 3 und 4).
- Der Prüfling bearbeitet die Pflichtaufgaben und eine Wahlaufgabe.
- Bearbeitungszeit:** Die Bearbeitungszeit für die Prüfungsteile A und B beträgt einschließlich Auswahlzeit 330 Minuten. Der Prüfling entscheidet selbstständig über den Zeitraum der Bearbeitung des Teils A, dieser Zeitraum darf jedoch maximal 100 Minuten betragen.
- Hilfsmittel:** Dem Prüfling stehen folgende Hilfsmittel zur Verfügung:
- ein an der Schule eingeführtes Tafelwerk,
 - ein an der Schule zugelassenes Computeralgebrasystem (CAS),
 - Zeichengeräte,
 - ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung in gedruckter oder digitaler Form,
 - zweisprachiges Wörterbuch in gedruckter oder digitaler Form für Prüflinge mit nichtdeutscher Herkunftssprache.
- Für die Aufgaben des Teils A sind Tafelwerk und CAS nicht zulässig.
- Bewertung:** Die Lösungen sind in einer sprachlich korrekten, mathematisch exakten und äußerlich einwandfreien Form darzustellen. In der Niederschrift müssen die Lösungswege nachvollziehbar sein.
- Im Teil A sind je Aufgabe 5 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar, im Teil B sind 40 BE in der Aufgabe 1 und jeweils 25 BE in den Aufgaben 2 bis 4. Bearbeitet ein Prüfling mehr Wahlaufgaben als gefordert, so werden die Aufgaben gewertet, welche die höchsten Punktzahlen erbringen.
- Maximal zwei Bewertungseinheiten können zusätzlich vergeben werden bei guter Notation und Darstellung sowie eleganten, kreativen und rationellen Lösungswegen, maximal zwei Bewertungseinheiten können bei mehrfachen Formverstößen abgezogen werden. Allein durch die Bearbeitung einer weiteren Wahlaufgabe im Teil A ist keine zusätzliche Bewertungseinheit erreichbar.

Bewertungstabelle – Leistungskurs, Teile A und B

Bewertungseinheiten	Punkte
114 bis 120	15 Punkte
108 bis 113	14 Punkte
102 bis 107	13 Punkte
96 bis 101	12 Punkte
90 bis 95	11 Punkte
84 bis 89	10 Punkte
78 bis 83	09 Punkte
72 bis 77	08 Punkte
66 bis 71	07 Punkte
60 bis 65	06 Punkte
54 bis 59	05 Punkte
48 bis 53	04 Punkte
40 bis 47	03 Punkte
33 bis 39	02 Punkte
24 bis 32	01 Punkt
0 bis 23	00 Punkte

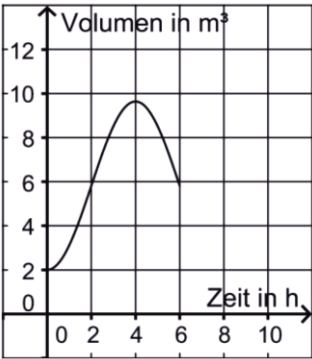
Die Verteilung der Bewertungseinheiten auf die Teilaufgaben ist verbindlich.

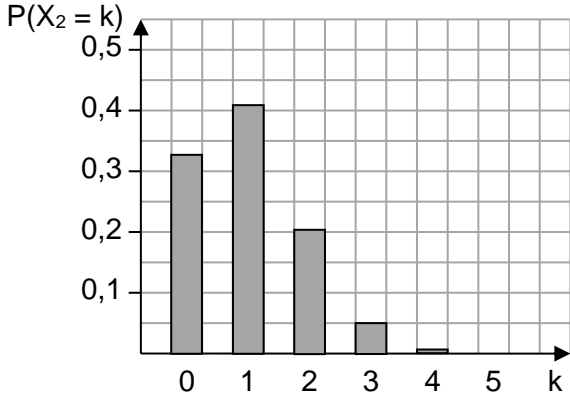
Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar.

Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

Teil A Erwartungshorizont

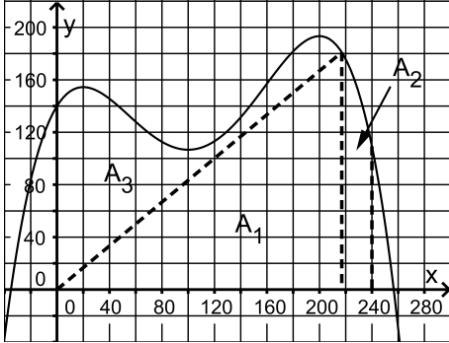
Aufgabe	Pflichtaufgaben – Aufgabengruppe 1	mögliche BE	erteilte BE
1.1	Der Funktionsterm von f_2 enthält nur Potenzen von x mit geraden Exponenten.	1	
1.2	$f'_k(x) = 4x^3 + 3 \cdot (2-k) \cdot x^2 - 2kx$ $f''_k(x) = 12x^2 + 6 \cdot (2-k) \cdot x - 2k$ $f''_k(1) = 0 \Leftrightarrow 24 - 8k = 0 \Leftrightarrow k = 3$	4	
2.1	$\int_0^{\pi} (g(x) - f(x)) dx = \left[\frac{1}{2} x^2 + \cos x \right]_0^{\pi} = \frac{1}{2} \pi^2 - 2$	3	
2.2	$y = x - 2\pi$	2	
3.1	$2r + 2 \cdot (2 + 4r) - 2r = 2 \Leftrightarrow r = -\frac{1}{4}$, d. h. $S\left(-\frac{1}{2} \mid 1 - \frac{1}{4}\right)$	3	
3.2		2	
4.1	Abbildung 1 stellt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X dar. Abbildung 2 kann die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X nicht darstellen, da die Summe aller Wahrscheinlichkeiten größer als 1 wäre.	2	
4.2	<p>Aufgrund der Symmetrie der Wahrscheinlichkeitsverteilung gilt $p = 0,5$.</p> $n \cdot 0,5 = 8 \Leftrightarrow n = 16$ $\sigma = \sqrt{16 \cdot 0,5 \cdot (1 - 0,5)} = \sqrt{4} = 2$	3	
	Summe:	20	

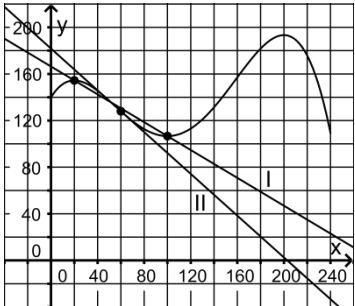
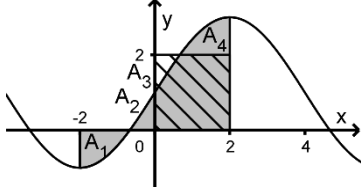
Aufgabe	Wahlaufgaben – Aufgabengruppe 2	mögliche BE	erteilte BE
5.1	Zwei Stunden nach Beobachtungsbeginn befinden sich etwa $5,8 \text{ m}^3$ Wasser im Tank.	2	
5.2		3	
6.1	Die Steigung ist 1.	1	
6.2	<p>Tangente an den Graphen von g_c :</p> $y = g'_c(0) \cdot x + g_c(0) = c \cdot f'(0) \cdot x + c \cdot f(0) = c \cdot x + 2c$ $c \cdot x + 2c = 0 \Leftrightarrow x = -2$	4	
7.1	P liegt in der yz-Ebene, der Richtungsvektor von g steht senkrecht dazu.	2	
7.2	<p>Schnittpunkt der Diagonalen: $S(0 4 1)$</p> <p>Mit $\overline{SP} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\overline{SQ} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ ergibt sich:</p> $ \overline{SP} = \overline{SQ} \text{ und } \overline{SP} \circ \overline{SQ} = 0$	3	
8.1	Die Gleichung von E liefert nur eine Bedingung für die y- und z Koordinate der Punkte der Ebene.	1	
8.2	E schneidet die xy-Ebene in der Gerade g mit der Gleichung $y = 8$. Für $t = 8$ liegt D_t auf g, für $t > 8$ befinden sich A und D_t auf verschiedenen Seiten von E und für $t < 8$ liegen alle Eckpunkte der Pyramide auf derselben Seite von E. Folglich haben die Pyramide und E genau dann gemeinsame Punkte, wenn $t \geq 8$ gilt.	4	

9.1	In der Urne A können sich 4, 5 oder 6 rote Kugeln befinden.	1															
9.2	$\frac{1}{2} \cdot \frac{n+1}{4n+1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3n+1}{4n+1} = \frac{4n+2}{2(4n+1)} = \frac{2n+1}{4n+1} = \frac{15}{29} \Leftrightarrow n = 7$	4															
10.1	$P(X_1 = 1) = \binom{5}{1} \cdot 0,8^1 \cdot 0,2^4$	1															
10.2	z. B.: Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass bei Zugrundelegung von X_1 zwei oder weniger Treffer erzielt werden.	2															
10.3	<p>Darstellung der Verteilung</p>  <table border="1"> <caption>Data for the bar chart in 10.3</caption> <thead> <tr> <th>k</th> <th>P(X₂ = k)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0,32</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0,41</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0,20</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0,06</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>0,01</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>0,00</td> </tr> </tbody> </table>	k	P(X ₂ = k)	0	0,32	1	0,41	2	0,20	3	0,06	4	0,01	5	0,00	2	
k	P(X ₂ = k)																
0	0,32																
1	0,41																
2	0,20																
3	0,06																
4	0,01																
5	0,00																
	Summe:	10															

Teil B Erwartungshorizont

Erwartungshorizont

Aufgabe	Analysis	mögliche BE	erteilte BE
1.1	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 20 \vee x = 100 \vee x = 200$ $f''(20) = -\frac{36}{625} < 0$, $f''(100) = \frac{4}{125} > 0$, $f''(200) = -\frac{9}{125} < 0$ Hochpunkte: $(20 \frac{11584}{75})$, $(200 \frac{580}{3})$ Tiefpunkt: $(100 \frac{320}{3})$	5	
1.2	Schnittpunkt mit der y-Achse: $(0 140)$ Da $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$ gilt und die y-Koordinate des Tiefpunkts des Graphen von f positiv ist, hat f genau zwei Nullstellen.	4	
1.3	Für $50 < x < 130$ liefert $f(x) = f(x + 60)$: $x \approx 69,2$ Die gesuchten x-Werte sind $x \approx 69,2$ und $x \approx 129,2$, der zugehörige Funktionswert etwa 120,2.	4	
1.4	 <p>Es gilt: $A_1 + A_2 = \frac{2}{3} \cdot (A_1 + A_2 + A_3)$</p>	4	
1.5.1	$f''(x) = 0 \wedge f'''(x) < 0$ liefert: $x \approx 158,7$ Da $f'(0) = 1,6$ und $f'(158,7) \approx 1,3$, steigt der Glukosewert zu Beobachtungsbeginn am stärksten an.	4	

<p>1.5.2</p>		<p>I: mittlere Änderungsrate des Glukosewerts im Zeitraum von 20 Minuten bis 100 Minuten nach Beobachtungsbeginn</p> <p>II: momentane Änderungsrate des Glukosewerts 60 Minuten nach Beobachtungsbeginn</p>	<p>4</p>	
<p>1.6.1</p>	$c = \frac{1}{2} \cdot (3 + (-1)) = 1, a = \frac{1}{2} \cdot (3 - (-1)) = 2, b = \frac{\pi}{2 - (-2)} = \frac{\pi}{4}$		<p>4</p>	
<p>1.6.2</p>	<p>$\int_{-2}^2 s(x) dx = 4$</p> <p>Der Graph von s ist symmetrisch bezüglich des Punkts $(0 1)$. Damit haben die Flächenstücke A_1 und A_4 ebenso den gleichen Inhalt wie die Flächenstücke A_2 und A_3. Aufgrund der Lage dieser Flächenstücke bezüglich der x-Achse und bezüglich des abgebildeten Quadrats, stimmt der Wert des Terms mit dem Flächeninhalt des Quadrats überein, ist also $2^2 = 4$.</p>			<p>6</p>
<p>1.6.3</p>	<p>$s(x) = 1 \Leftrightarrow x = 4k, k \in \mathbb{Z}$</p> <p>Für alle $k \in \mathbb{Z}$ gilt $s'(4k) = -\frac{\pi}{2} \vee s'(4k) = \frac{\pi}{2}$.</p>		<p>2</p>	
<p>1.6.4</p>	<p>Die Wendepunkte haben die Koordinaten $(4k 1)$ mit $k \in \mathbb{Z}$. Damit haben die betrachteten Geraden die Steigungen $\frac{2021}{2022-4k}$. Die Tangenten in den Wendepunkten haben entweder die Steigung $-\frac{\pi}{2}$ oder die Steigung $+\frac{\pi}{2}$. Da $\frac{2021}{2022-4k}$ für jeden Wert von $k \in \mathbb{Z}$ eine rationale Zahl ist, ist keine der Geraden im jeweiligen Wendepunkt Tangente an den Graphen von s.</p>		<p>3</p>	
<p>Summe:</p>			<p>40</p>	

Aufgabe	Stochastik - Pflichtaufgabe				mögliche BE	erteilte BE
2.1		D	\bar{D}		3	
	F	0,1357	0,19	0,3257		
	\bar{F}	0,4543	0,22	0,6743		
		0,59	0,41	1		
2.2	$1 - P(\bar{F} \cap \bar{D}) = 1 - 0,22 = 0,78$				2	
2.3	$P_F(D) = \frac{P(F \cap D)}{P(F)} = \frac{0,1357}{0,3257} \approx 0,417$				3	
2.4	$P_D(F) = 0,23 \neq 0,59 \cdot 0,23 + 0,19 = P(F)$ Daher ist also $P_D(F) \neq P(F)$ und somit sind die Ereignisse D und F stochastisch nicht unabhängig.				3	
2.5	<p>Es gibt genau zwei Ereignisse, Datenschutzbedenken und keine Datenschutzbedenken. Die Kunden werden aus einer sehr großen Anzahl von Kunden zufällig ausgewählt, sodass davon ausgegangen werden kann, dass die Wahrscheinlichkeit für Datenschutzbedenken bei jedem Kunden gleich groß ist.</p> <p>Das Erscheinen einer Pressemitteilung über einen Missbrauch von Daten in diesem Unternehmen kann dazu führen, dass die Annahme einer konstanten Wahrscheinlichkeit nicht mehr gerechtfertigt ist.</p>				3	
2.6	$B_{100; 0,59}(X \leq 59) \approx 0,538$ $B_{100; 0,59}(50 \leq X \leq 64) \approx 0,841$				3	
2.7	Für $n = 5207$ gilt: $P_{n; 0,59}(X \geq 3000) \approx 0,9795$ Für $n = 5208$ gilt: $P_{n; 0,59}(X \geq 3000) \approx 0,9803$ Es müssen mindestens 5208 Personen befragt werden.				3	

2.8	<p>A: zwei weiße Eier und B: alle Eier braun</p> <p>Es soll gelten: $P(A) = 4 \cdot P(B)$</p> $\binom{n}{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{n-2} = 4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n$ $\frac{n \cdot (n-1)}{2} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{16}{9} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n = 4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n$ <p>Positive Lösung der Gleichung $n^2 - n - 72 = 0$: $n = 9$</p>	5	
	Summe:	25	

Aufgabe	Analytische Geometrie	mögliche BE	erteilte BE
3.1	Die Pfosten ragen 0,5 m in den Untergrund hinein.	1	
3.2	$H(-3 -2 4)$ Wegen $\vec{EF} = \vec{HG}$ ist es ein Parallelogramm, wegen $\vec{EF} \circ \vec{FG} = 0$ und $ \vec{EF} = \vec{FG} $ ein Quadrat.	5	
3.3	Die Pyramide ist gerade und hat eine quadratische Grundfläche, die parallel zur x_1x_2 -Ebene ist. Der Mittelpunkt der Grundfläche liegt ebenso auf der x_3 -Achse wie die Spitze S.	3	
3.4	$L: \vec{x} = \vec{OE} + r \cdot \vec{EF} + s \cdot \vec{ES}; r, s \in \mathbb{R}$ Das daraus resultierende Gleichungssystem $\text{I } x_1 = 2 + r - 2s \quad \text{II } x_2 = -3 + 5r + 3s \quad \text{III } x_3 = 4 + s$ liefert: $L: 5x_1 - x_2 + 13x_3 = 65$	3	
3.5	Mit $\vec{m} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{n} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 13 \end{pmatrix}$ ergibt sich: $\cos \varphi = \frac{\vec{m} \circ \vec{n}}{ \vec{m} \cdot \vec{n} }$, d. h. $\varphi \approx 21,4^\circ$	2	

3.6	Man berechnet die Koordinaten des Schnittpunkts der Ebene L und der Geraden, die durch T verläuft und den Richtungsvektor \vec{v} hat. Der Abstand dieses Schnittpunkts vom Punkt S ist die Länge des Schattens in Metern.	4	
3.7	Wählt man für die beiden Punkte, die im Modell die beiden Enden des zusätzlichen Balkens darstellen, $I \in \overline{AE}$ und $J \in \overline{EF}$, so gilt: ♦ I hat die Koordinaten $(2 -3 3,5)$. ♦ J liegt auf der Geraden $g: \vec{x} = \overline{OE} + t \cdot \overline{EF}$ mit $t \in \mathbb{R}$, hat also die Koordinaten $(2+t -3+5t 4)$. Für $0 \leq t \leq 1$ gilt: $ \overline{IJ} = 2,1 \Leftrightarrow t = 0,4$ Damit ergibt sich als Verhältnis 2 : 3.	4	
3.8	Mit $A'(2 -3 0)$ und $B'(3 2 0)$ liefert ♦ $\overline{OP_1} = \overline{OA'} + \frac{2}{3} \overline{A'B'}$: $P_1(\frac{8}{3} \frac{1}{3} 0)$, ♦ $\overline{OP_2} = \overline{OA'} + 2 \cdot \overline{A'B'}$: $P_2(4 7 0)$.	3	
Summe:		25	

Aufgabe	Analytische Geometrie	mögliche BE	erteilte BE
4.1	Gerade durch A und E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0,45 \\ -0,45 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -0,1 \\ 0,1 \\ 7,16 \end{pmatrix}$, $r \in \mathbb{R}$ Die x- und y-Koordinate des Schnittpunkts sind jeweils 0. Für diesen Punkt gilt also $r = 4,5$, d. h. $z = 4,5 \cdot 7,16 = 32,22$.	3	
4.2	Es gilt: $\tan \alpha = \frac{32,22}{0,45 \cdot \sqrt{2}}$, d. h. $\alpha \approx 89^\circ$	2	

4.3	$\frac{1}{2} \cdot (\overline{AB} + \overline{EF}) \cdot \begin{pmatrix} -0,1 \\ 0 \\ 7,16 \end{pmatrix} \approx 5,7$, d. h. der Flächeninhalt beträgt etwa $5,7\text{m}^2$.	4	
4.4	$\left(\frac{1}{3} \cdot \overline{AB} ^2 \cdot 32,22 - \frac{1}{3} \cdot \overline{EF} ^2 \cdot (32,22 - 7,61) \right) \cdot 2,6t \approx 12t$	5	
4.5	<p>Die Gleichungen II und III beschreiben Symmetrieebenen, die Gleichungen I und IV nicht.</p> <p>Die Gleichung $x = 0,45$ stellt keine Symmetrieebene dar, da das Modell des Obeliskens keine Punkte enthält, deren x-Koordinate größer als 0,45 ist.</p>	4	
4.6	<p>Der Schatten der Spitze des Obeliskens liegt nur dann auf dem Untergrund, wenn der Winkel zwischen der durch \overline{FS} dargestellten Seitenkante gegenüber dem Untergrund größer ist als der Winkel, unter dem das Sonnenlicht auf den Untergrund trifft.</p>	2	
4.7	<p>Gerade durch S mit dem Richtungsvektor \vec{v} :</p> $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_S \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$ <p>$z_S - 2t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{z_S}{2}$ liefert als Schnittpunkt von g mit der xy-Ebene: $S' \left(\frac{z_S}{2} \mid \frac{z_S}{2} \mid 0 \right)$</p> <p>Für $z_S > 0$ liefert $\overline{BS'} = 5,1$: $z_S \approx 8,1$, d. h. die Höhe des Obeliskens beträgt etwa 8,1 m.</p>	5	
	Summe:	25	